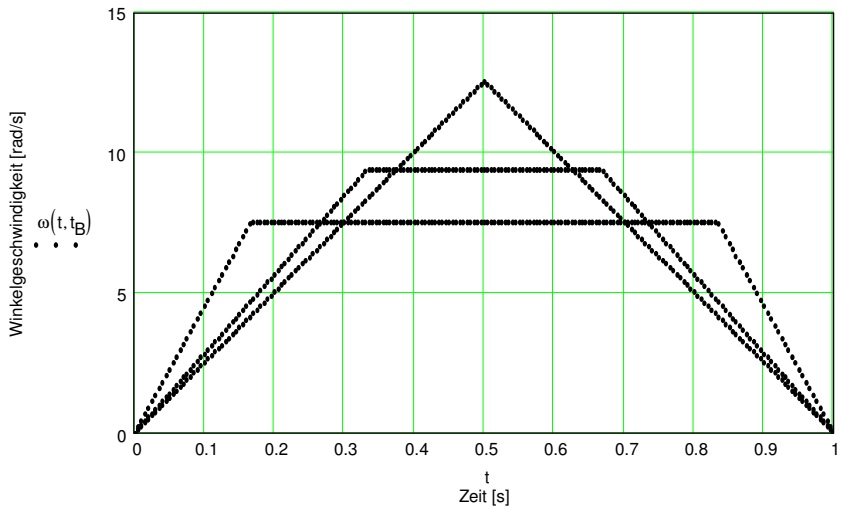
∫ervoantriebstechnik.de

1/5 Regel für Antriebe mit Getriebe

Positionierung mit Rampen



APPLICATION GUIDE

Weitere Unterlagen, die im Zusammenhang mit diesem Dokument stehen:

- Application Guide: Ideale Getriebeuntersetzung
- Application Guide: 1/3 Regel für Direktantriebe
- X
- X

© Servoantriebstechnik.de
Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil der Beschreibung darf in irgendeiner Form, ohne Zustimmung vervielfältigt oder weiter verarbeitet werden.

Änderungen sind ohne vorherige Ankündigung vorbehalten.

Servoantriebstechnik.de hat für seine Produkte teilweise Warenzeichenschutz und Gebrauchsmusterschutz eintragen lassen. Aus dem Überlassen der Beschreibungen darf nicht angenommen werden, dass damit eine Übertragung von irgendwelchen Rechten stattfindet.

Inhaltsverzeichnis:

Seite

1 Der Positionierantrieb 4

1.1 Die Maximaldrehzahl während der Positionierung 5

1.2 Die Beschleunigung 6

2 Der getriebelose Positionierantrieb (Direktantrieb) oder der Antrieb mit vorgegebener Getriebeübersetzung 6

2.1 Das erforderliche Beschleunigungsmoment 6

2.2 Der Beschleunigungsstrom 7

2.3 Die Motorerwärmung 7

2.4 Vorteil des Verhältnisses $\frac{t_B}{T} = \frac{1}{3}$ 8

2.5 Das Effektivmoment 9

3 Der Positionierantrieb mit wählbarer Getriebeuntersetzung 10

3.1 Erforderliches Beschleunigungsmoment bei wählbarer Getriebeuntersetzung 10

3.2 Die Stromwärmefläche bei wählbarer Getriebeuntersetzung 11

3.3 Vorteil des Verhältnisses $\frac{t_B}{T} = \frac{1}{5}$ bei wählbarer Getriebeuntersetzung 12

3.4 Vergleich der möglichen Getriebeuntersetzungen 13

3.5 Vergleich der erforderlichen Beschleunigungsmomente 13

3.6 Das Effektivmoment bei wählbarer Getriebeuntersetzung 14

3.7 Vergleich der Beschleunigung 14

4 Zusammenfassung 15

5 Index 16

6 Änderungsliste 16

1 Der Positionierantrieb

Der Positionierantrieb soll in einer vorgegebenen Zeit (T) einen vorgegebenen Weg bzw. Winkel (φ) zurücklegen.
Dabei muss die zu bewegende Masse oder das Rotationsträgheitsmoment auf eine sich aus dem Weg und der Fahrzeit ergebende Geschwindigkeit bzw. Winkelgeschwindigkeit (ω) beschleunigt und wieder abgebremst werden. Handelsübliche Servoverstärker bieten die Möglichkeit ein rampenförmiges Geschwindigkeitsprofil zu wählen. Das Rampen- oder Trapezprofil besteht aus einer Beschleunigungsrampe, einer Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit und einer Bremsrampe.

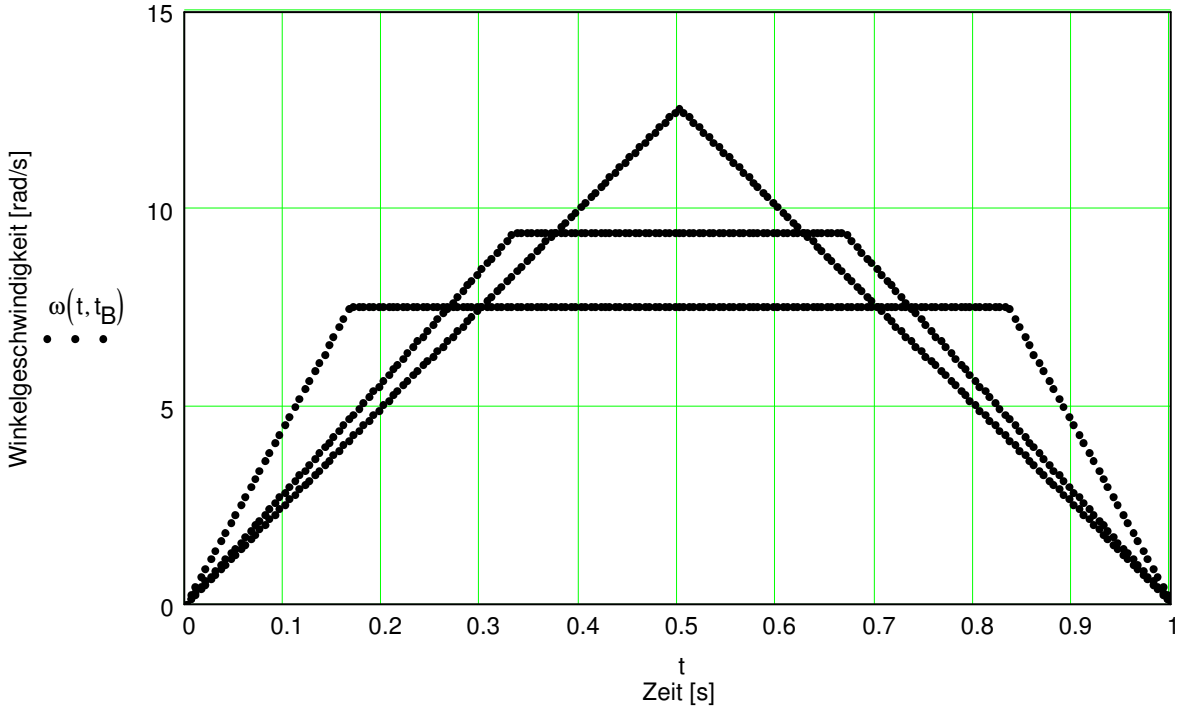


Bild 1: Verschiedene Drehzahlprofile gleichen Flächeninhalts (Weg, Winkel) bei gleicher Positionierdauer

Der erforderliche Beschleunigungsstrom und Bremsstrom des Motors während der Positionierbewegung ist maßgeblich für die Motorerwärmung.
Gerade bei schnell taktenden Applikationen wie Rundschalttische, Walzenvorschübe und Handlingsachsen mit Linearmotoren, die keine oder nur sehr kleine Stillstandszeiten (Pausen) haben, ist der Motorerwärmung besondere Beachtung zu schenken.

Ziel der Ausarbeitung:

Das optimale Verhältnis zwischen Beschleunigungs-/Bremsdauer zur Gesamt-Positionierzeit soll bezüglich der entstehenden Motorverluste im Folgenden hergeleitet werden.

1.1 Die Maximaldrehzahl während der Positionierung

Bei der Positionierung über Rampen setzt sich der zurückzulegende Weg bzw. Winkel (φ) aus drei Flächenanteilen zusammen.

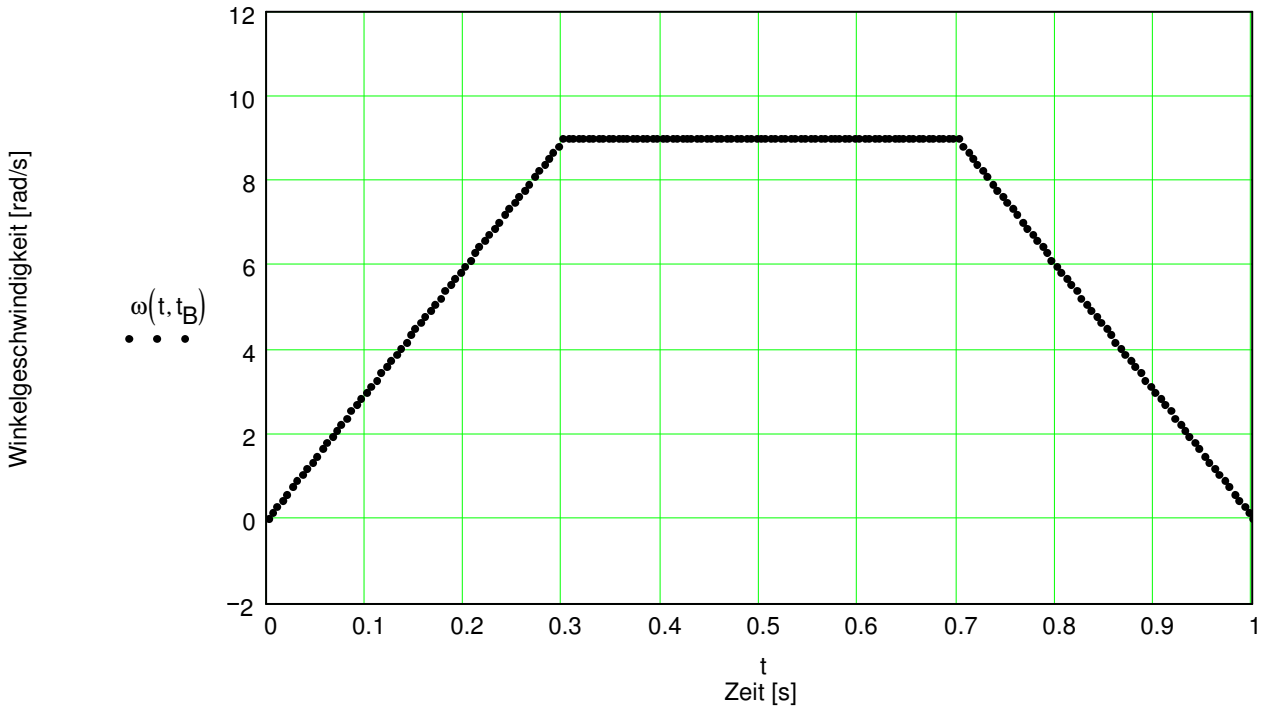


Bild 2: Der zurückzulegende Winkel (φ) ist die Fläche unter der Profilkurve (ω(t)).

Der Winkel berechnet sich zu:

$$\varphi = \frac{1}{2}\omega\, t_B + \omega\,(T - 2t_B) + \frac{1}{2}\omega\, t_B$$

$$\varphi = \omega\, t_B + \omega\, T - 2\omega\, t_B$$

$$\varphi = \omega\,(T - t_B)$$

Umgestellt nach der Winkelgeschwindigkeit ergibt sich:

$$\omega = \frac{\varphi}{T - t_B}$$

1.2 Die Beschleunigung

Die Beschleunigung während der Beschleunigungs- und Bremsrampe soll in der vorliegenden Betrachtung gleich groß sein (Betrag) und errechnet sich zu:

$$\alpha = \frac{\omega}{t_B} = \frac{\frac{\varphi}{T - t_B}}{t_B} = \frac{\varphi}{t_B(T - t_B)}$$

Für den Spezialfall, wenn $t_B = T/2$ ist (Dreieckbetrieb), gilt:

$$\alpha(t_B = T/2) = \frac{\varphi}{\frac{T}{2}(T - \frac{T}{2})} = \frac{\varphi}{\frac{T^2}{2} - \frac{T^2}{4}} = \frac{4\varphi}{T^2}$$

Für den Spezialfall, wenn $t_B = T/3$ ist (Trapezbetrieb bei Drittelung der Positionierdauer), gilt:

$$\alpha(t_B = T/3) = \frac{\varphi}{\frac{T}{3}(T - \frac{T}{3})} = \frac{\varphi}{\frac{T^2}{3} - \frac{T^2}{9}} = \frac{9\varphi}{2T^2}$$

2 Der getriebelose Positionierantrieb (Direktantrieb) oder der Antrieb mit vorgegebener Getriebeübersetzung

2.1 Das erforderliche Beschleunigungsmoment

Betrachten wir zunächst zur Vereinfachung den getriebelosen Antriebsfall, bei dem das zu beschleunigende Massenträgheitsmoment bekannt ist, dann errechnet sich das erforderliche Beschleunigungsmoment zu:

$$M = J * \alpha = J * \frac{\varphi}{t_B(T - t_B)}$$

Beziehen wir den Fall $t_B = T/3$ auf dem Spezialfall $t_B = T/2$ dann erhalten wir:

$$\frac{M(t_B = T/3)}{M(t_B = T/2)} = \frac{J * \frac{9\varphi}{2T^2}}{J * \frac{4\varphi}{T^2}} = \frac{9}{8} = 112{,}5\%$$

2.2 Der Beschleunigungsstrom

Bei Servoantrieben ist der Beschleunigungsstrom direkt proportional dem Beschleunigungsmoment. Üblicherweise wird dieser Zusammenhang durch den KT Faktor beschrieben.

$$I = \frac{1}{KT} * M$$

2.3 Die Motorerwärmung

Die Motorverluste werden maßgeblich durch den ohmschen Widerstand der Motorwicklung bestimmt. Die Verlustwärmefläche ist dem Motorstrom quadratisch folgend.

$$Q = 3R * I^2 * 2t_B = 3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * M^2 * 2t_B = 3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * J^2 * \left(\frac{\varphi}{t_B(T - t_B)}\right)^2 * 2t_B =$$

$$Q = 3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * J^2 * 2\varphi^2 * \frac{t_B}{t_B^2(T - t_B)^2}$$

Wir suchen den Tiefpunkt der Funktion:

$$f(t_B) = \frac{t_B}{t_B^2(T - t_B)^2} = \frac{1}{t_B(T^2 - 2Tt_B + t_B^2)} = \frac{1}{t_B^3 - 2Tt_B^2 + T^2 t_B}$$

Die Ableitung der Funktion:

$$f'(t_B) = -\frac{3t_B^2 - 4Tt_B + T^2}{(t_B^3 - 2Tt_B^2 + T^2 t_B)^2}$$

Die Ableitung ist Null, wenn der Zähler des Ausdrucks Null ist.

$$t_B^2 - \frac{4}{3}Tt_B + \frac{1}{3}T^2 = 0$$

$$t_{B1,2} = \frac{4}{6}T \pm \sqrt{\left(\frac{4}{6}T\right)^2 - \frac{1}{3}T^2}$$

$$t_{B1,2} = \frac{4}{6}T \pm \sqrt{\left(\frac{16}{36} - \frac{12}{36}\right)T^2}$$

$$t_{B1,2} = \frac{4}{6}T \pm \frac{2}{6}T$$

$$t_{B1} = T$$

$$t_{B2} = \frac{1}{3}T$$

Die Lösung t_{B1}= T ist keine gültige Lösung da die Beschleunigungsdauer maximal T/2 betragen kann. Die minimale Motorerwärmung kann nur bei t_{B2}=1/3 T erreicht werden.

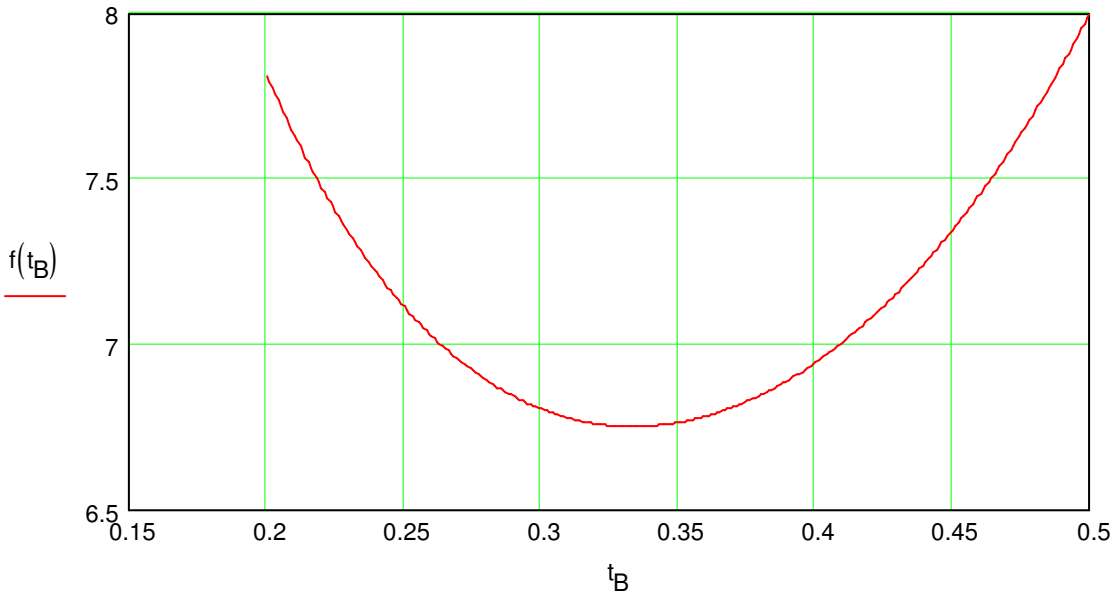


Bild 3: Funktion der Motorerwärmung in Abhängigkeit von Beschleunigungszeit zu Positionierdauer

2.4 Vorteil des Verhältnisses $\frac{t_B}{T} = \frac{1}{3}$

Beziehen wir die Stromwärmefläche des Minimums, das bei t_B=T/3 erreicht wird, auf die des Dreieckbetriebs bei t_B=T/2, erhalten wir:

$$\frac{Q(t_B = T/3)}{Q(t_B = T/2)} = \frac{3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * J^2 * \left(\frac{9\varphi}{2T^2}\right)^2 * 2\frac{T}{3}}{3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * J^2 * \left(\frac{4\varphi}{T^2}\right)^2 * 2\frac{T}{2}}$$

$$\frac{Q(t_B = T/3)}{Q(t_B = T/2)} = \frac{2 * \left(\frac{9}{2}\right)^2}{3 * 4^2} = \frac{2 * 81}{3 * 16 * 4} = \frac{162}{192} = 84\%$$

2.5 Das Effektivmoment

Herleitung des Effektivmoments:

$$P_V = \frac{Q(t_B)}{T} = \frac{3R * I(t_B)^2 * 2t_B}{T}$$

$$I_{Eff}{}^2 * 3R = \frac{3R * I(t_B)^2 * 2t_B}{T} \qquad /3R$$

$$I_{Eff} = \sqrt{\frac{I(t_B)^2 * 2t_B}{T}} \qquad *KT$$

$$M_{Eff} = \sqrt{\frac{\frac{M(t_B)^2}{KT^2} * 2t_B}{T}} * KT = \sqrt{\frac{M(t_B)^2 * 2t_B}{T}}$$

Vergleichen wir das effektive Moment der Spezialfälle, so erhalten wir:

$$\frac{M_{Eff}(t_B = T/3)}{M_{Eff}(t_B = T/2)} = \frac{\sqrt{\frac{\left(J * \frac{9\varphi}{2T^2}\right)^2 * 2\frac{T}{3}}{T}}}{\sqrt{\frac{\left(J * \frac{4\varphi}{T^2}\right)^2 * 2\frac{T}{2}}{T}}} = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}}{4 * \sqrt{\frac{2}{2}}} = \frac{3{,}67}{4} = 92\%$$

3 Der Positionierantrieb mit wählbarer Getriebeuntersetzung

3.1 Erforderliches Beschleunigungsmoment bei wählbarer Getriebeuntersetzung

Bei Positionierantrieben kann oft ein Getriebe eingesetzt werden. Die zu beschleunigende Last bzw. das externe Massenträgheitsmoment (J_{Ext}) kann dann mit der Getriebeuntersetzung im Quadrat (i^2) reduziert werden. Die Massenträgheitsmomente der schnelllaufenden Seite müssen während der Beschleunigungszeit (t_B)die Winkelgeschwindigkeit ($\omega * i$) erreichen.

$$M = \left(\frac{J_{Ext}}{i^2} + J_{Motor} \right) * \alpha * i$$

Für das angepasste Massenträgheitsverhältnis wählen wir einen Motor mit:

$$J_{Motor} = \frac{J_{Ext}}{i^2}$$

Damit ergibt sich für das Beschleunigungsmoment:

$$M = 2 \frac{J_{Ext}}{i^2} * \alpha * i = 2 \frac{J_{Ext}}{i} * \alpha$$

Um das externe Massenträgheitsmoment so weit als möglich zu reduzieren, wählen wir die größtmögliche Getriebeuntersetzung:

$$i_{Max} = \frac{\omega_{Nenn}}{\omega}$$

$$M = 2 \frac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \alpha * \omega$$

Da die Winkelgeschwindigkeit (ω) ebenfalls eine Funktion der Beschleunigungszeit ist, ergibt sich

$$M = 2 \frac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \frac{\varphi}{t_B (T - t_B)} * \frac{\varphi}{T - t_B}$$

3.2 Die Stromwärmefläche bei wählbarer Getriebeuntersetzung

Bilden wir, wie in den vorausgegangenen Kapitel gezeigt, die Stromwärmefläche, so erhalten wir:

$$Q = I^2 * 3R * 2t_B = 3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * M^2 * 2t_B = 3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * \frac{4 * J_{Ext}^{\ 2}}{\omega_{Nenn}^{\ 2}} * \left(\frac{\varphi}{t_B(T - t_B)} * \frac{\varphi}{T - t_B}\right)^2 * 2t_B$$

Durch Ableitung und Nullstellensuche erhalten wir das Minimum:

$$f(t_B) = \left(\frac{1}{t_B(T - t_B)} * \frac{1}{T - t_B}\right)^2 * t_B$$

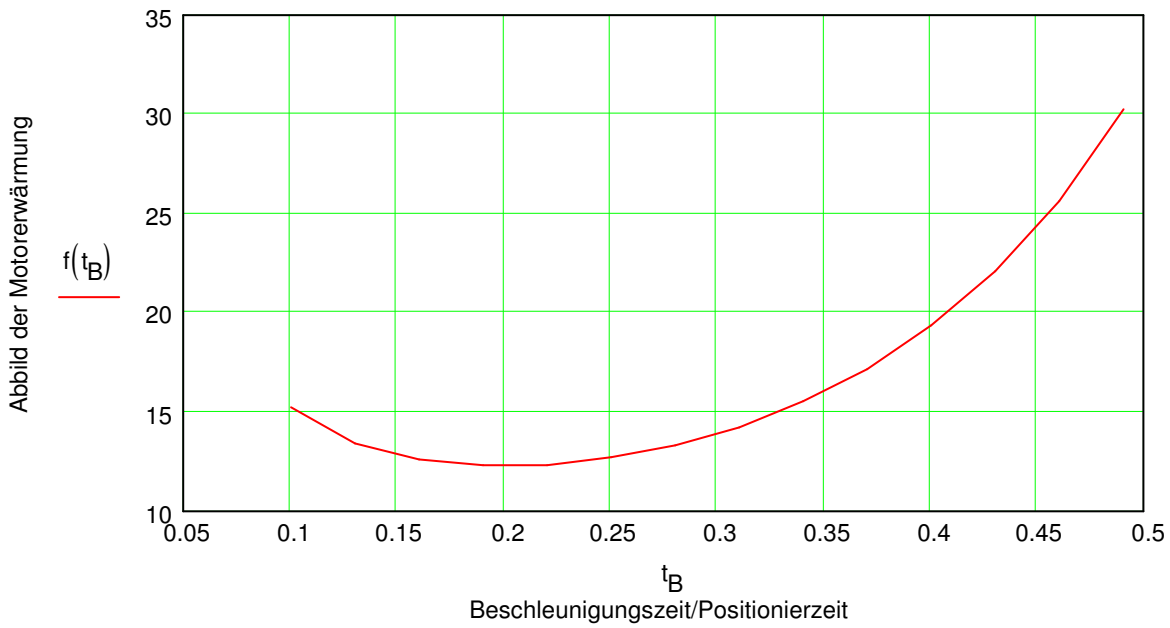


Bild 4: Funktion der Motorerwärmung in Abhängigkeit Beschleunigungszeit zu Gesamt-Positionierdauer bei wählbarer Getriebeuntersetzung

Das Minimum finden wir bei $t_B = \frac{T}{5}$.

3.3 Vorteil des Verhältnisses $\frac{t_B}{T} = \frac{1}{5}$ bei wählbarer Getriebeuntersetzung

Beziehen wir die Stomwärmefläche des Minimums, das bei $t_B = T/5$ erreicht wird, auf die des Dreieckbetriebs bei $t_B = T/2$, erhalten wir:

$$\frac{Q(t_B = T/5)}{Q(t_B = T/2)} = \frac{3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * \frac{4 * J_{Ext}^{\ 2}}{\omega_{Nenn}^{\ 2}} * \left(\frac{\varphi}{\frac{T}{5}(T - \frac{T}{5})} * \frac{\varphi}{T - \frac{T}{5}}\right)^2 * 2\frac{T}{5}}{3R * \left(\frac{1}{KT}\right)^2 * \frac{4 * J_{Ext}^{\ 2}}{\omega_{Nenn}^{\ 2}} * \left(\frac{\varphi}{\frac{T}{2}(T - \frac{T}{2})} * \frac{\varphi}{T - \frac{T}{2}}\right)^2 * 2\frac{T}{2}}$$

$$\frac{Q(t_B = T/5)}{Q(t_B = T/2)} = \frac{\left(\frac{1}{\frac{T}{5}(T - \frac{T}{5})} * \frac{1}{T - \frac{T}{5}}\right)^2 * \frac{1}{5}}{\left(\frac{1}{\frac{T}{2}(T - \frac{T}{2})} * \frac{1}{T - \frac{T}{2}}\right)^2 * \frac{1}{2}}$$

$$\frac{Q(t_B = T/5)}{Q(t_B = T/2)} = \frac{\left(\frac{1}{\frac{T^2}{5} - \frac{T^2}{25}} * \frac{1}{T - \frac{T}{5}}\right)^2 * 2}{\left(\frac{1}{\frac{T^2}{2} - \frac{T^2}{4}} * \frac{1}{T - \frac{T}{2}}\right)^2 * 5} = \frac{\left(\frac{1}{\frac{4T^2}{25}} * \frac{1}{\frac{4T}{5}}\right)^2 * 2}{\left(\frac{1}{\frac{T^2}{4}} * \frac{1}{\frac{T}{2}}\right)^2 * 5}$$

$$\frac{Q(t_B = T/5)}{Q(t_B = T/2)} = \frac{\left(\frac{125}{16T^3}\right)^2 * 2}{\left(\frac{8}{T^3}\right)^2 * 5} = \frac{122}{320} = 38\%$$

3.4 Vergleich der möglichen Getriebeuntersetzungen

Der Vergleich der maximal möglichen Getriebeuntersetzung bei $t_B = T/5$ gegenüber dem maximalen Getriebefaktors bei $t_B = T/2$ ergibt:

$$\frac{i_{Max}(t_B = T/5)}{i_{Max}(t_B = T/2)} = \frac{\dfrac{\omega_{Nenn}}{\omega_{(t_B=T/5)}}}{\dfrac{\omega_{Nenn}}{\omega_{(t_B=T/2)}}} = \frac{\omega_{(t_B=T/2)}}{\omega_{(t_B=T/5)}} = \frac{\dfrac{\varphi}{T-\dfrac{T}{2}}}{\dfrac{\varphi}{T-\dfrac{T}{5}}} = \frac{1-\dfrac{1}{5}}{1-\dfrac{1}{2}} = \frac{\dfrac{4}{5}}{\dfrac{1}{2}} = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

3.5 Vergleich der erforderlichen Beschleunigungsmomente

Wenn es uns möglich ist, jeweils einen Motor zu finden, der die Bedingung

$J_{Motor} = \dfrac{J_{Ext}}{i^2}$ erfüllt, dh.

$$\frac{J_{Motor}(t_B = T/5)}{J_{Motor}(t_B = T/2)} = \frac{\dfrac{J_{Ext}}{i^2(t_B = T/5)}}{\dfrac{J_{Ext}}{i^2(t_B = T/2)}} = \frac{1}{1{,}6^2} = 39\%$$

möglich ist, so ergibt der Vergleich der erforderlichen Beschleunigungsmomente:

$$\frac{M(t_B = T/5)}{M(t_B = T/2)} = \frac{2\dfrac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \dfrac{\varphi}{\dfrac{T}{5}(T-\dfrac{T}{5})} * \dfrac{\varphi}{T-\dfrac{T}{5}}}{2\dfrac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \dfrac{\varphi}{\dfrac{T}{2}(T-\dfrac{T}{2})} * \dfrac{\varphi}{T-\dfrac{T}{2}}}$$

$$\frac{M(t_B = T/5)}{M(t_B = T/2)} = \frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{5}(1-\dfrac{1}{5})} * \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{5}}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{2})} * \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}} = \frac{\dfrac{1}{4} * \dfrac{1}{2}}{\dfrac{4}{25} * \dfrac{4}{5}} = \frac{125}{128} = 98\%$$

3.6 Das Effektivmoment bei wählbarer Getriebeuntersetzung

Der Formalismus des effektiven Moments wurde bereits in Kapitel 2.5 hergeleitet.

$$M_{Eff} = \sqrt{\frac{M(t_B)^2 * 2t_B}{T}} = \sqrt{\frac{\left(2\frac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \frac{\varphi}{t_B(T-t_B)} * \frac{\varphi}{T-t_B}\right)^2 * 2t_B}{T}}$$

Setzen wir auch hier die Spezialfälle ins Verhältnis, so erhalten wir:

$$\frac{M_{Eff}(t_B = T/5)}{M_{Eff}(t_B = T/2)} = \frac{\sqrt{\frac{\left(2\frac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \frac{\varphi}{T/5(T-T/5)} * \frac{\varphi}{T-T/5}\right)^2 * 2T/5}{T}}}{\sqrt{\frac{\left(2\frac{J_{Ext}}{\omega_{Nenn}} * \frac{\varphi}{T/2(T-T/2)} * \frac{\varphi}{T-T/2}\right)^2 * 2T/2}{T}}}$$

$$\frac{M_{Eff}(t_B = T/5)}{M_{Eff}(t_B = T/2)} = \frac{\frac{125}{16} * \sqrt{\frac{2}{5}}}{8} = 62\%$$

3.7 Vergleich der Beschleunigung

Vergleichen wir die Beschleunigungen so erhalten wir:

$$\frac{\alpha(t_B = T/5)}{\alpha(t_B = T/2)} = \frac{\frac{\varphi}{\frac{T}{5}(T-\frac{T}{5})}}{\frac{\varphi}{\frac{T}{2}(T-\frac{T}{2})}} = \frac{\frac{1}{\frac{1}{5}-\frac{1}{25}}}{\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}} = \frac{\frac{25}{4}}{4} = 156\%$$

4 Zusammenfassung

Getriebelose Positionierantriebe:

- Optimales Geschwindigkeitsprofil entsteht durch Drittelung der Positionierdauer (Trapezbetrieb), so dass Beschleunigungsdauer = Dauer der Konstantfahrt = Bremsdauer ist.
- Das erforderliche Beschleunigungsmoment im Trapezbetrieb ist gegenüber dem des Dreieckbetriebs nur um 12,5 % größer. Die mechanische Mehrbelastung und die daraus folgende Lebensdauer sind daher unwesentlich beeinflusst.
- Die Motorerwärmung im Trapezbetrieb geht gegenüber der im Dreieckbetrieb um 16% zurück.
- Bei der Antriebsauslegung kann, wenn der Antrieb im Trapezbetrieb betrieben wird, ein kleinerer Motor gewählt werden. Das effektive Moment ist in dem Fall um 8 % kleiner als das des Dreieckbetriebs.

Positionierantriebe mit Getriebe

- Bei wählbarer Getriebeuntersetzung ist das trapezförmige Geschwindigkeitsprofil so zu wählen, dass die Beschleunigungsdauer und die Bremsdauer jeweils 20 % der gesamten Positionierdauer einnehmen.
- Gegenüber dem Dreieckbetrieb sinkt dann die maximale Drehzahl, die während der Positionierfahrt erreicht wird, um 37 %.
- Die Getriebeübersetzung kann deshalb, im Vergleich zum Dreieckbetrieb, um den Faktor 1,6 erhöht werden.
- Das externe Massenträgheitsmoment verkleinert sich durch die zusätzliche Reduzierung, so dass ein kleinerer Motor zum Einsatz kommen kann. Das resultierende Massenträgheitsmoment beträgt im Verhältnis zum Dreieckbetrieb nur 39 %.
- Das erforderliche Beschleunigungsmoment geht daher auf 98 % zurück, obwohl die Beschleunigung um den Faktor 1,56 größer ist. (Die Mechanik muss für diese Beschleunigung ausgelegt werden).
- Das effektive Moment des gewählten Motors für den Trapezbetrieb beträgt im Vergleich zu dem effektiven Moment des Motors, der für Dreieckbetrieb ausgelegt wurde, nur 62.%

5 Index

Seite
Beschleunigung 6
Beschleunigungsmoment 6
Effektivmoment 9, 15
KT Faktor 7
Massenträgheitsverhältnis 10
Maximaldrehzahl 5
Stomwärmefläche 8, 13
Verlustwärmefläche 7
Winkel 5
Winkelgeschwindigkeit 5

6 Änderungsliste

Version	Änderung	Kapitel	Datum	Name	Bemerkung
V01.00FZ15	Urversion	1-6	30.05.2015	R. Fetzner	keine